

Nome:

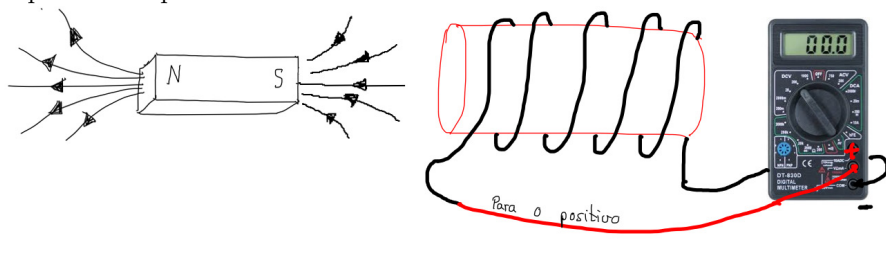
Matrícula:

1ª Prova - Experimental II - 2016/02

Questão 1)[5,0] Na Figura abaixo está representado o experimento que trata da lei de indução de Faraday, dada por $\epsilon = -d\Phi_B/dt$. Observando a forma como o fio da bobina foi enrolado ao redor do núcleo cilíndrico e também que o lado esquerdo da bobina está ligado no terminal positivo do voltímetro, (a) represente, na figura, qual será o sentido da corrente pelo fio condutor; (b) O voltímetro medirá um valor positivo ou negativo?

OBS: considere que o ímã está se aproximando da bobina.

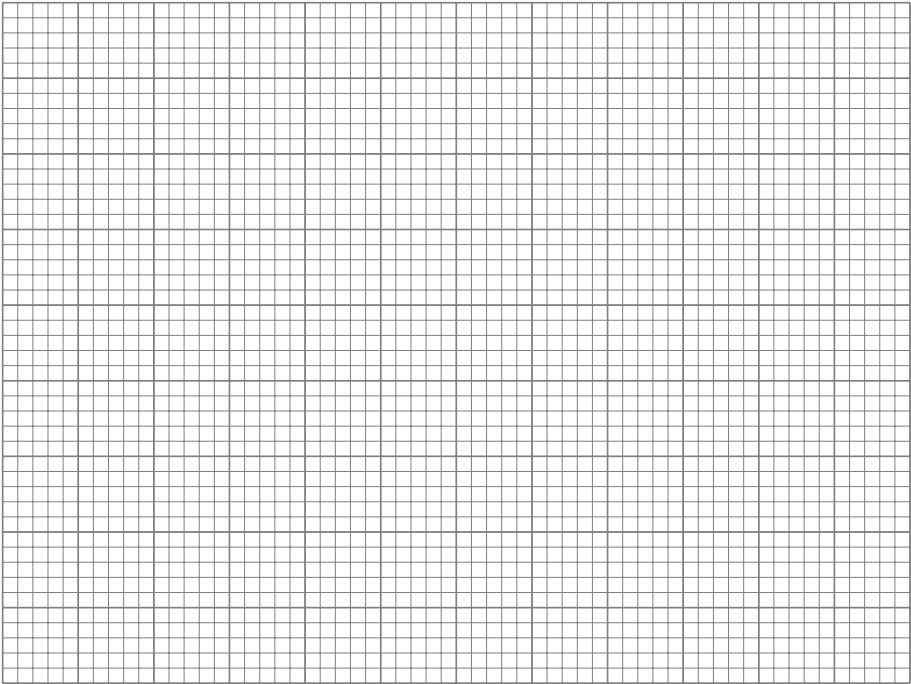
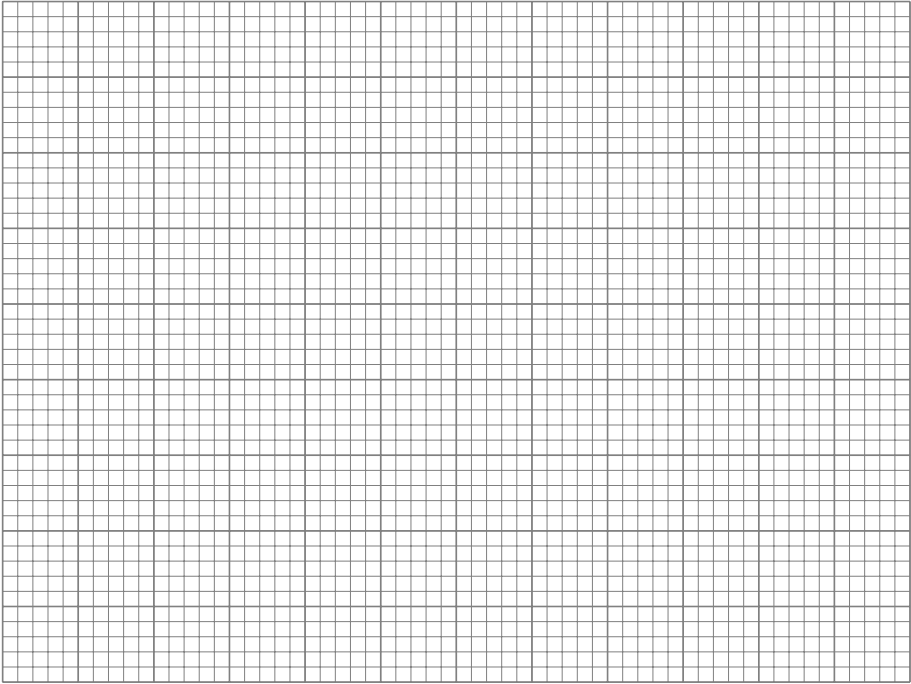
Justifique suas respostas.



Questão 2)[5,0] Na tabela abaixo estão apresentados os dados obtidos em um experimento de capacitância em função da distância entre as placas de um capacitor de placas paralelas. Utilize estes dados para obter a permissividade do meio entre as placas.

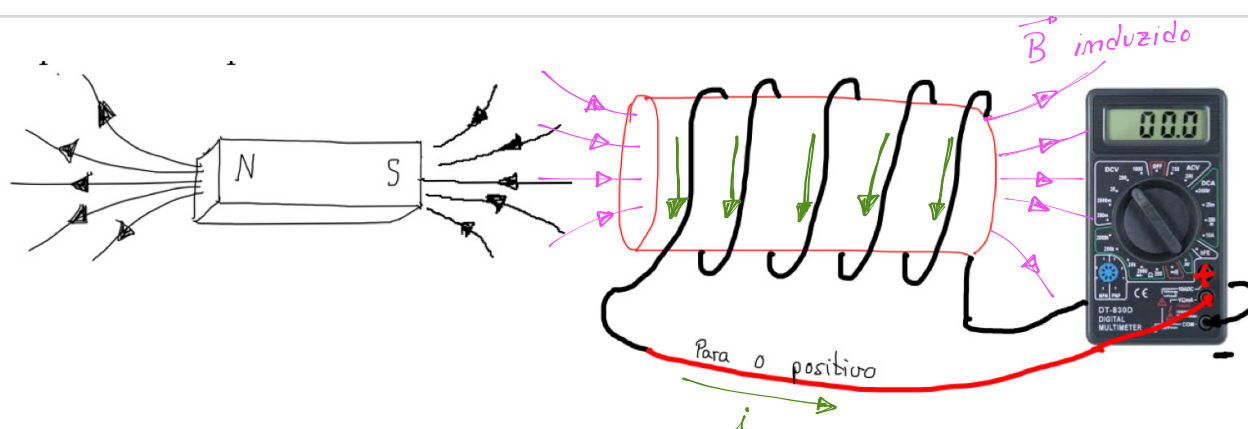
Obs: A placas possuem área $A \pm \Delta A = (9,00 \pm 0,01) \times 10^{-4} m^2$. A capacitância é dada por $C = \epsilon_0 A/d$

C (Farad·10 ⁻¹²)	ΔC (incerteza·10 ⁻¹²)	$1/d \cdot 10^3$	$\Delta(1/d) \cdot 10^3$
9,3	0,2	1,40	0,2
6,0	0,2	0,76	0,07
4,5	0,2	0,64	0,05
3,5	0,2	0,45	0,03
2,3	0,2	0,30	0,02

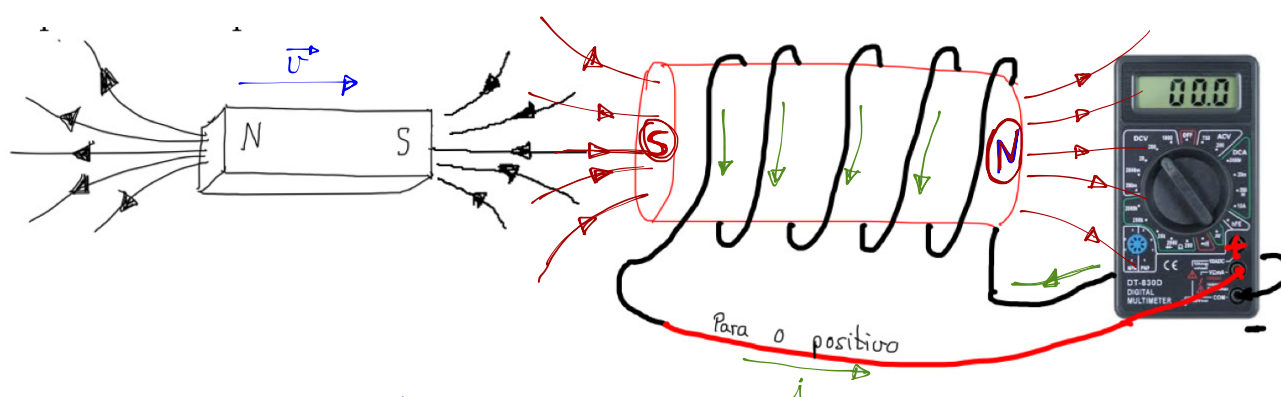


Questão 1)

- (a) Imã aproximando. O campo induzido será no sentido de manter (tentar) o fluxo existente antes do movimento do imã. Portanto, a corrente deve produzir um campo magnético que tenta anular o aumento do fluxo, tal como indicado na figura abaixo.



Outra forma de perceber-se esta dinâmica é lembrando que o campo induzido na bobina ocorre no sentido de dificultar o movimento do imã (*freio magnético*). Desta forma, a aproximação do imã será dificultada se o imã induzido (*bobina*) tiver um polo repelente no lado esquerdo. Neste caso deve ser o polo sul magnético.



Esse campo induzido na bobina ocorre (aplique a regra da mão direita) com a corrente elétrica indicada na figura.

(b) Note que a bobina funciona como se fosse uma pilha cujo polo positivo está ligado ao terminal positivo do voltímetro. Medirá, portanto, um valor positivo.

Questão 2)

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \Rightarrow C = \epsilon_0 A \times \frac{1}{d}$$

linearizando: $x = 1/d$

$$\Rightarrow C(x) = \epsilon_0 A x$$

A tabela já está linearizada.

Acomodação de C no eixo vertical. Lembrar que teremos que acomodar também as barras de incertezas.

Uma forma eficaz de acomodar-se todo o espaço de dados experimentais, juntamente com suas incertezas, é considerando-se que o valor mínimo dentro do eixo é:

$$\text{Valor mínimo no eixo} = (\text{Dado mínimo}) - (\text{sua incerteza})$$

e que o valor máximo será

$$\text{Valor máximo no eixo} = (\text{Dado máximo}) + (\text{sua incerteza}).$$

Afinal, as barras de incertezas começam antes do primeiro ponto experimental e terminam após o último.

Utilizando este procedimento para acomodar C no eixo y.

O eixo y possui 45 divisões.

O primeiro "ponto" será a barra mínima de incerteza associada ao ponto experimental 2,3, ou seja,

$$(2,3 - 0,2) = 2,1$$

"Primeira informação que aparece em y"

O último "ponto" será a barra máxima de incerteza associada ao ponto experimental 9,3, ou seja,

$$(9,3 + 0,2) = 9,5.$$

Portanto, temos que acomodar a faixa de

$$2,1 \xrightarrow{\text{até}} 9,5 \text{ em } y \text{ (45 divisões)}.$$

dividindo $9,5 - 2,1$ pela quantidade de divisões (45) temos quantos Farads cada divisão do eixo y vale.

$$\Rightarrow \frac{9,5 - 2,1}{45} = 0,16444... \text{ (Farad/div.)}$$

* obs: $\times 10^{-12}$ *
 ↳ pode ser inserido no título do eixo.

Como não é adequado trabalhar-se manualmente com tantas casas diferentes de zero, opta-se por um arredondamento.

Arredondamento: Se usássemos $0,16444... \frac{\text{Farad}}{\text{div.}}$, utilizaríamos

100% do eixo y (aproveitamento máximo).

Um arredondamento para um valor muito distante de $0,16444...$, resultaria em perda significativa de aproveitamento.

Exemplo: Arredondando para $0,3 \frac{\text{Farad}}{\text{div.}}$.

⇒ Cada divisão vale $0,3 \text{ Farad}$ ⇒ Quantas são necessárias para "varrer" todos os dados $(9,5 - 2,1) = 7,4$?

$$\begin{array}{rcl} 1 \text{ div} & \text{---} & 0,3 \text{ Farad} \\ X & \text{---} & 7,4 \text{ Farad} \quad ? \end{array}$$

$$X = \frac{7,4}{0,3} \text{ divisões}$$

$$\underline{\underline{X = 24,7 \text{ divisões}}}$$

Significa que das 45 divisões disponíveis, apenas 24,7 (~ 50%) seriam utilizadas. Seria uma escolha ruim.

Embora a escolha seja livre, é adequado escolher-se um valor mais próximo de $0,16444\dots$, ou seja, do encontrado para uma divisão exata.

Escolha do arredondamento para a escala em y.

Escolho arredondar para Escala y = $0,20 \text{ Farad/div.}$

Obs: Note que esta escolha ocupará $\left(\frac{0,16444}{0,20} \approx 0,82 \right) \sim 82\%$

do eixo y. Não é tão ruim.

$0,17$ ou $0,18$ ocupariam melhor. Mas $0,20$ fornece um múltiplo melhor (cada 10 divisões $\rightarrow 2 \text{ Farads}$). Por isso escolhi. Mas é livre.

Resumindo: Vou utilizar Escala y = $0,20 \text{ Farad/div.}$

$\Rightarrow 10 \text{ divs} = 2,0 \text{ Farads.}$

Marcar os pontos experimentais no eixo y.

Centralizando os dados: Com $0,20 \text{ Farad/div}$ serão utilizados

quantas divisões?

$$\begin{array}{rcl} 1 \text{ div} & \text{---} & 0,20 \text{ Farad} \\ x & \text{---} & (9,5 - 2,1) \quad ? \end{array}$$

$$\underline{x = 37 \text{ divisões.}}$$

$\Rightarrow$ Como temos 45 divisões $\Rightarrow$ 8 não serão utilizadas.

Para uma boa centralização podemos começar na quarta divisão e terminar na 41ª (quatro antes do fim).

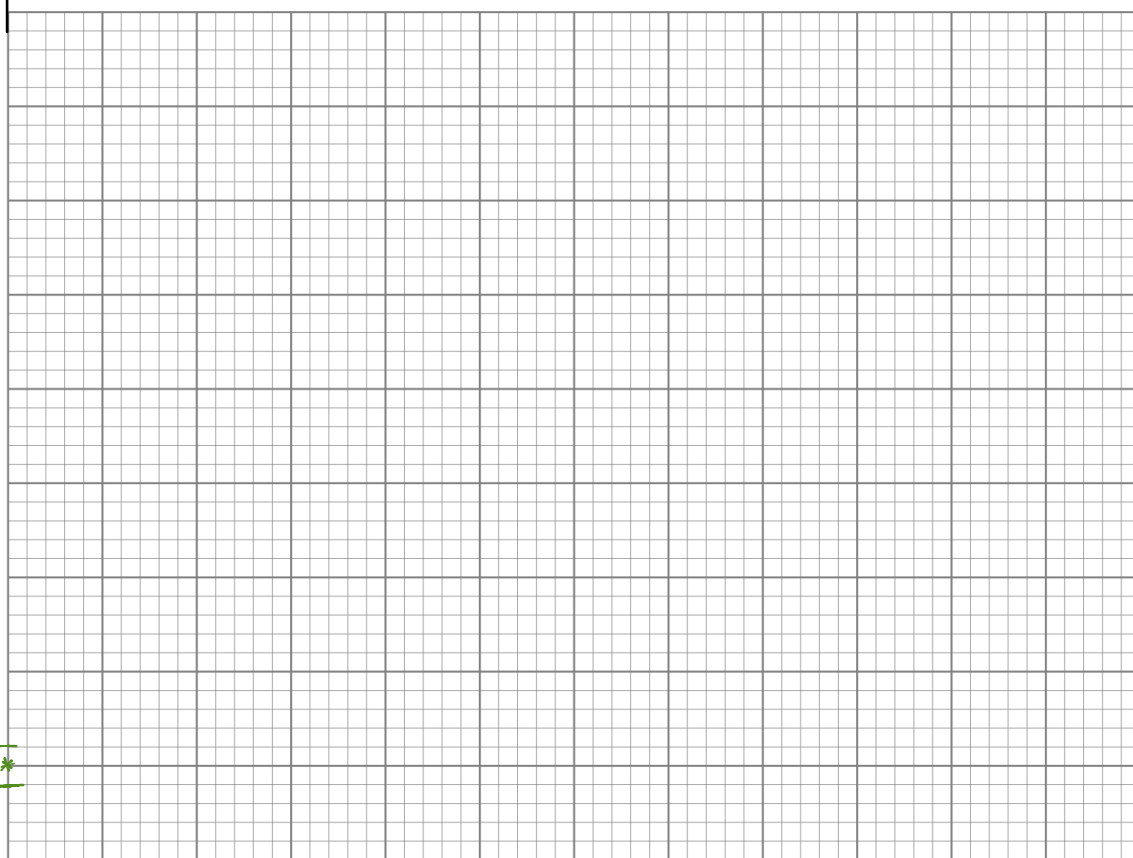
Desta forma, a quarta divisão será:

$$4^{\text{a}} \text{ div.}_y = 2,1 \text{ Farad} \quad \text{"barra mínima de incerteza do primeiro ponto (2,3)"}$$

Onde fica o ponto 2,3 Farad ?



y ↑



barra superior

Ponto 2,3

barra inferior

Se a escala é $0,20 \text{ F/div} \Rightarrow 2,3$ acontece uma divisão

após 2,1.

$\Rightarrow$ O primeiro ponto (2,3) está na 5ª divisão.

Onde estarão os demais pontos experimentais ?

Vamos usar 2,3 como referência. Digamos que queremos acomodar um ponto genérico y_{exp} .

divisão do y_{exp} ($\equiv \text{Div. } y_{\text{exp}}$) será $\searrow$

Escolhi como referência

$$2,3 F + \left(0,2 \frac{F}{\text{div}}\right) \times (x \text{ div}) = Y_{\text{exp}}$$

$$x = \frac{1}{0,2} \times (Y_{\text{exp}} - 2,3)$$

este x representa quantas divisões após o ponto 2,3 são necessárias para chegar-se ao ponto Y_{exp} .

"deve-se, portanto, somar 5 divisões, onde já está a referência".

No Gráfico, um ponto Y_{exp} estará situado na divisão:

$$\text{Div. } Y_{\text{exp}} = 5 + \frac{1}{0,2} \times (Y_{\text{exp}} - 2,3)$$

De forma mais geral (aplicável em qualquer problema e/ou eixo):

$$\text{Div. (Ponto Exp.)} = (\text{div. de referência}) + \left(\frac{\text{Ponto Exp.} - \text{Ponto Referência}}{\text{Fator de escala}} \right)$$

Vamos então situar todos os pontos:



$$\text{Div. } Y_{\text{exp}} = 5 + \frac{1}{0,2} \times (Y_{\text{exp}} - 2,3)$$

Para $Y_{\text{exp}} = 2,3 \Rightarrow$ Situado na 5ª divisão.

|| $Y_{\text{exp}} = 3,5 \Rightarrow$ Situado na 11ª divisão.

|| $Y_{\text{exp}} = 4,5 \Rightarrow$ Situado na 16ª divisão.

|| $Y_{\text{exp}} = 6,0 \Rightarrow$ Situado na 23,5ª divisão

|| $Y_{\text{exp}} = 9,3 \Rightarrow$ Situado na 40ª divisão

$\Rightarrow$ Além disso, como as incertezas são todas iguais ($\pm 0,2$ Farad), todas serão ± 1 div.

$\Rightarrow \Delta V \Rightarrow$

Eixo horizontal (x).

Como os procedimentos foram explicados de forma detalhada para o eixo y; e como os procedimentos são similares, vamos proceder de forma mais direta (rápida).

Fator de escala x: ($\equiv$ Escala-x)

$$\text{Escala-x} = \frac{1,60 - 0,28}{60} = 0,022 \frac{\text{m}^{-1}}{\text{div.}}$$

$$\text{Escala-x} \equiv 0,022 \frac{\text{m}^{-1}}{\text{div.}}$$

"arredondamento zero".

Obs: Aproveitamento de $\frac{0,022}{0,022} = 100\%$

Serão utilizadas $\frac{1,60 - 0,28}{0,022} = 60$ divisões. (todas).

⇒ desnecessário centralizar neste caso; ⇒ tudo está sendo utilizado.

⇒ A barra mínima de incerteza está na divisão zero.

⇒ Para o eixo x , a incerteza do primeiro ponto é $0,02$.

$$(\text{Fator de escala}) \times x = 0,02$$

$$0,022 \times x = 0,02$$

$x = 0,9 \text{ div}$
 ↳ significa que o 1º ponto (0,30) está quase (90%)
 1 div. acima da barra mínima ⇒ na 0,9ª divisão.

Aplicando:

$$\text{Div. (Ponto Exp.)} = (\text{div. de referência}) + \left(\frac{\text{Ponto Exp.} - \text{Ponto Referência}}{\text{Fator de escala}} \right)$$

⇒ Usando a divisão zero como div. de referência.

⇒ Usando o ponto 0,28 como Ponto Referência

⇒ e o Fator de escala escolhido ⇒ $0,022 \text{ m}^{-1}/\text{div}$

$$\text{Div. (Ponto Exp.)} = 0 + \left(\frac{x_{\text{exp}} - 0,28}{0,022} \right)$$



$$\text{Div.}(\text{Ponto Exp.}) = \left(\frac{X_{\text{exp}} - 0,28}{0,022} \right)$$

Para $X_{\text{exp}} = 0,30 \Rightarrow$ Situado na 0,9ª divisão. "aproximado"

Para $X_{\text{exp}} = 0,45 \Rightarrow$ Situado na 7,7ª divisão "

Para $X_{\text{exp}} = 0,64 \Rightarrow$ Situado na 16,4ª divisão "

Para $X_{\text{exp}} = 0,76 \Rightarrow$ Situado na 21,8ª divisão "

Para $X_{\text{exp}} = 1,40 \Rightarrow$ Situado na 50,9ª divisão "

Neste caso, cada ponto tem uma incerteza diferente das demais.

Para $X_{\text{exp}} = 0,30 \Rightarrow$ incerteza = $\pm 0,02 \Rightarrow \sim \pm 0,9$ divisões

Para $X_{\text{exp}} = 0,45 \Rightarrow$ incerteza = $\pm 0,03 \Rightarrow \sim \pm 1,35$ divisões

Para $X_{\text{exp}} = 0,64 \Rightarrow$ incerteza = $\pm 0,05 \Rightarrow \sim \pm 2,3$ divisões

Para $X_{\text{exp}} = 0,76 \Rightarrow$ incerteza = $\pm 0,07 \Rightarrow \sim \pm 3,2$ divisões

Para $X_{\text{exp}} = 1,40 \Rightarrow$ incerteza = $\pm 0,2 \Rightarrow \sim \pm 9,1$ divisões.

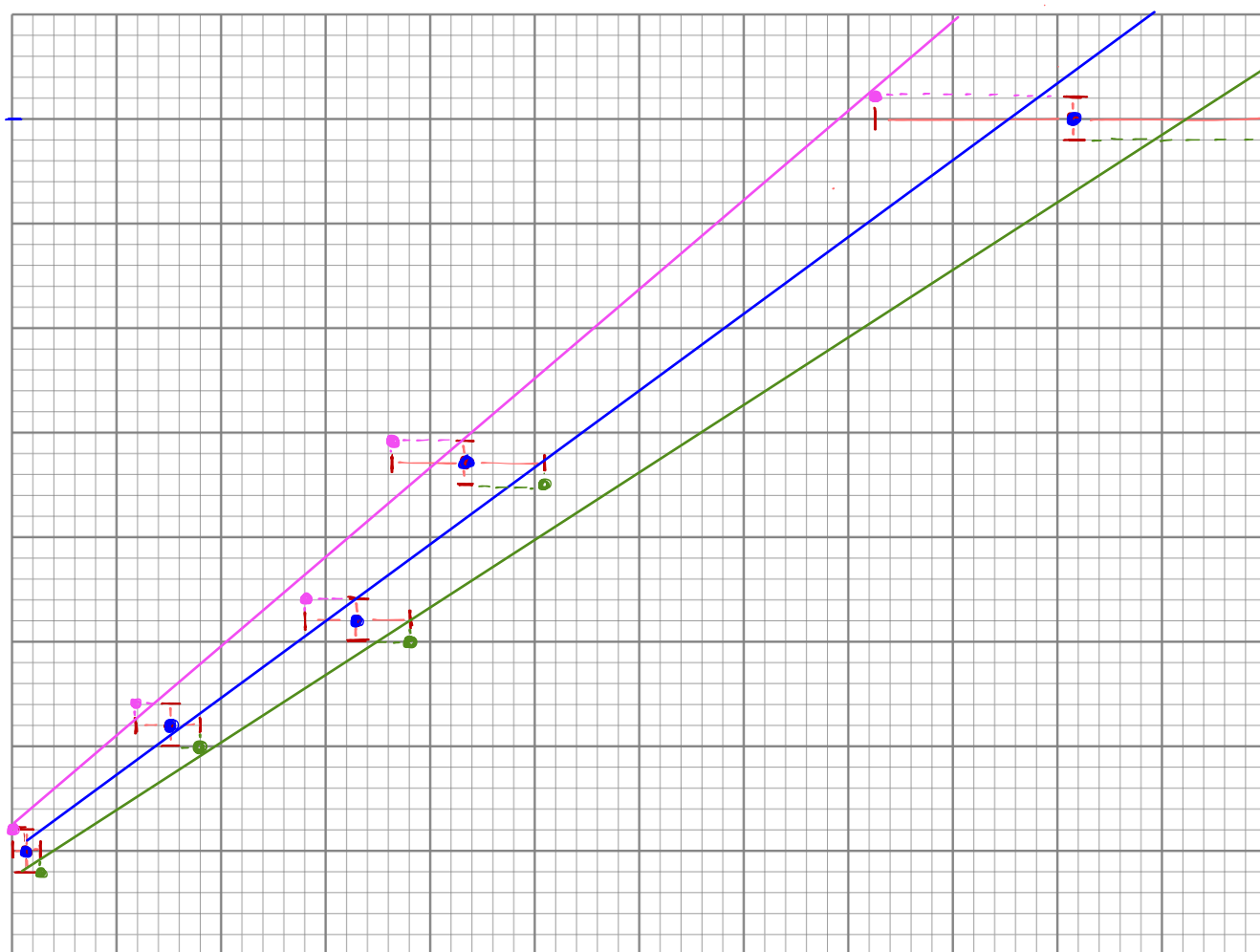
Vamos marcar os pontos e suas incertezas no gráfico.

Em Y. $\Rightarrow$ 5^a , 11^a , 16^a , $23,5^a$ e 40^a divisões.

Todas incertezas = 1 divisão

Em X $\Rightarrow$ $0,9^a$, $7,7^a$, $16,4^a$, $21,8^a$, $50,9^a$ divisões.

$\Delta x \Rightarrow \pm 0,9$, $\pm 1,35$, $\pm 2,3$, $\pm 3,2$, $\pm 9,1$ $\pm$ divisões



Qual é a melhor maneira de graduar os eixos?

$\Rightarrow$ Uma forma adequada — que mostra ao leitor aproximadamente os valores de uma forma boa esteticamente — é graduando com valores equidistantes; digamos de 10 em 10 milímetros.

Vamos colocar valores nas divisões 10, 20, 30 etc...

Em y a 10ª divisão será

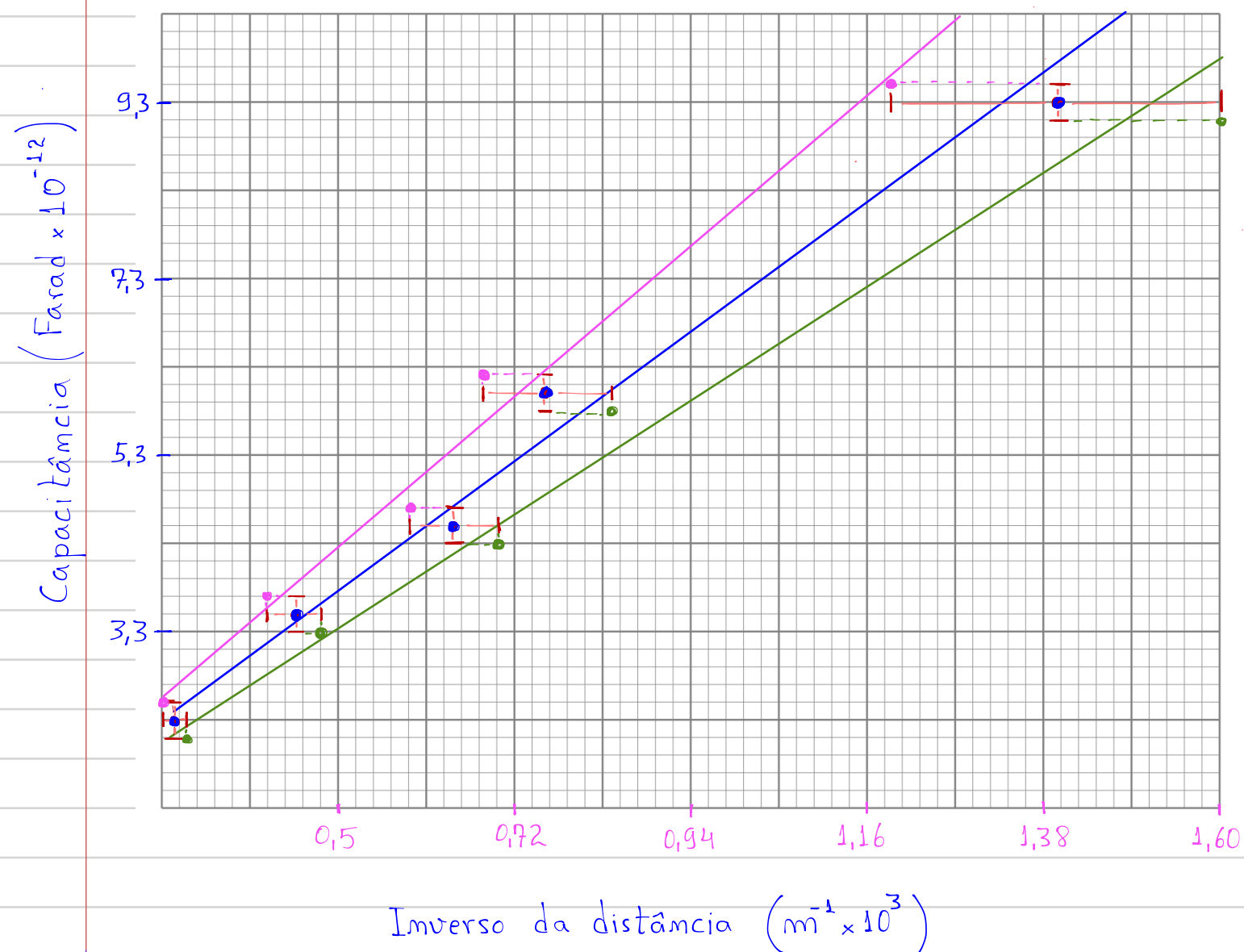
$$2,3 + 0,2 \times 5 = 3,3 \text{ Farad.}$$


 5 divisões além da referência 2,3.
 Quanto vale cada divisão.
 Valor que escolhi como referência.

Segue, para os demais:

	Em y	Em x
10ª div.	$2,3 + 0,2 \times 5 = 3,3$	$0,28 + 0,022 \times 10 = 0,5$
20ª div	$2,3 + 0,2 \times 15 = 5,3$	$0,28 + 0,022 \times 20 = 0,72$
30ª div	$2,3 + 0,2 \times 25 = 7,3$	$0,28 + 0,022 \times 30 = 0,94$
40ª div	$2,3 + 0,2 \times 35 = 9,3$	$0,28 + 0,022 \times 40 = 1,16$
50ª div	} só eixo x.	$0,28 + 0,022 \times 50 = 1,38$
60ª div		$0,28 + 0,022 \times 60 = 1,6$





Vamos ao cálculo experimental de m para posterior obtenção de ϵ_0 , através da relação

$$m = \epsilon_0 A$$

Precisamos de m e Δm .

m $\Rightarrow$ Obtido da reta média principal.

Δm $\Rightarrow$ Obtido das retas médias auxiliares.

Importante:

Uma vez construído o gráfico, utiliza-se apenas o gráfico pois ele mostra um comportamento médio; uma tendência resultante de todos os pontos experimentais.

→ A tabela de dados não serve mais para nada 😊.

→ Nem mesmo os pontos experimentais do gráfico são necessários. Poderiam ser apagados pois só as retas médias importam.

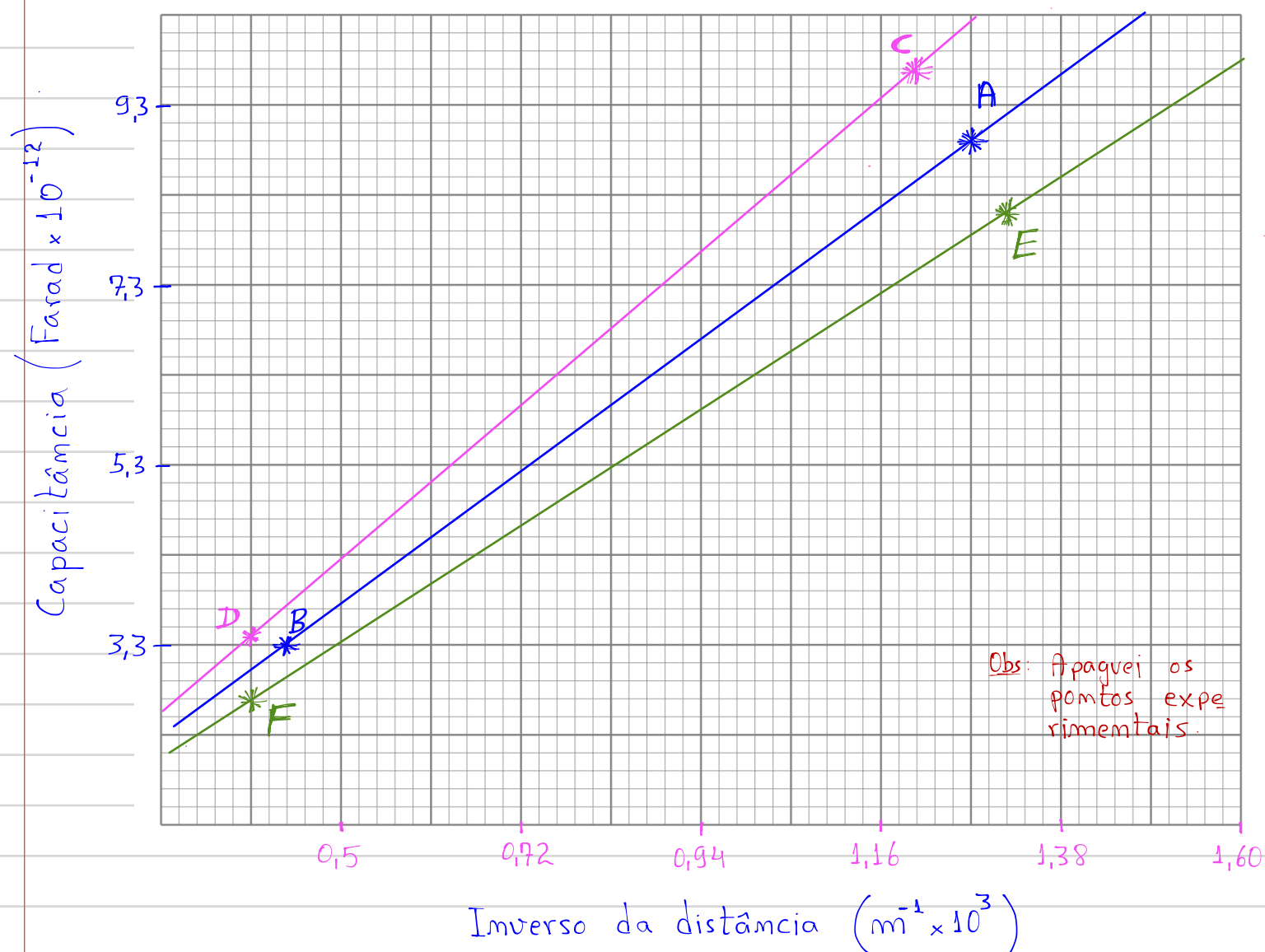
Procedimento: * Escolhe-se duas regiões, uma na parte inicial do gráfico e uma na parte final.

* Escolhe-se pontos, para cada uma das retas, em torno da região escolhida.

* Realiza-se os cálculos de m e Δm .

Sugestão: Os cálculos podem ser realizados através apenas das divisões em x e em y. No final basta multiplicar o resultado pelos fatores de escala.

Veja:



$$m = \frac{Y_A - Y_B}{X_A - X_B}$$

"Olhando só para as divisões"

$$Y_A = 38 \text{ div}_y \quad ; \quad Y_B = 10 \text{ div}_y$$

$$X_A = 45 \text{ div}_x \quad ; \quad X_B = 7 \text{ div}_x$$

$$\Rightarrow m = \frac{(38 - 10)}{(45 - 7)} \frac{\text{div}_y}{\text{div}_x}$$

$$m = 0,7368 \frac{\text{div}_y}{\text{div}_x}$$

"Em divisões."

Aplicando o fator de escala $\Rightarrow \text{div}_y = 0,2 \times 10^{-12} \text{ Farad.}$

$$\text{div}_x = 0,022 \times 10^3 m^{-1}$$

$$\Rightarrow m = 0,7368 \times \frac{0,2 \times 10^{-12}}{0,022 \times 10^3} \frac{\text{Farad}}{\text{m}^{-1}}$$

$$m = 6,6986 \times 10^{-15} \text{ Farad} \cdot \text{m}$$

Obtenção de Δm :

$$\Delta m = \frac{m_{\text{máx}} - m_{\text{mín.}}}{2}$$

$$\text{Onde } m_{\text{máx}} = \frac{Y_c - Y_F}{X_c - X_F} \quad \text{e} \quad m_{\text{mín}} = \frac{Y_E - Y_D}{X_E - X_D}$$

Em divisões:

$$m_{\text{máx}} = \frac{42 - 7}{42 - 5} \frac{\text{div. y}}{\text{div. x}}$$

$$m_{\text{máx}} = 0,9459 \frac{\text{div. y}}{\text{div. x}}$$

Fatores de escalas:

$$m_{\text{máx}} = 0,9459 \times \frac{0,2 \times 10^{-12}}{0,022 \times 10^3} \frac{\text{Farad}}{\text{m}^{-1}}$$

$$m_{\text{máx}} = 8,5995 \times 10^{-15} \text{ Farad} \cdot \text{m}$$

$$m_{\text{mín.}}: \quad m_{\text{mín}} = \frac{Y_E - Y_D}{X_E - X_D}$$

$$\text{Em divisões: } m_{\text{mín.}} = \frac{39,0 - 10,5}{47,0 - 5,0} \frac{\text{div. y}}{\text{div. x}}$$

$$m_{\min} = 0,67857 \frac{\text{div. } y}{\text{div. } x}$$

Fatores de escalas:

$$m_{\min} = 0,67857 \times \frac{0,2 \times 10^{-12}}{0,022 \times 10^3} \frac{\text{Farad}}{\text{m}^{-1}}$$

$$\underline{m_{\min} = 6,1688 \times 10^{-15} \text{ Farad.m}}$$

$$\Rightarrow \Delta m = \frac{m_{\max} - m_{\min}}{2}$$

$$\Delta m = \frac{(8,5995 - 6,1688) \times 10^{-15}}{2} \text{ Farad.m}$$

$$\Delta m = 1,2 \times 10^{-15} \text{ Farad.m}$$

Como não pode haver mais de um algarismo significativo:

$$\Rightarrow \Delta m = 1 \times 10^{-15} \text{ Farad.m}$$

Portanto:

$$m \pm \Delta m = (7 \pm 1) \times 10^{-15} \text{ Farad.m}$$

Obtenção de ϵ_0 .

$$\Rightarrow m = \epsilon_0 A$$

$$\epsilon_0 = \frac{m}{A}$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 \pm \Delta\epsilon_0 = \frac{m}{A} \pm \frac{m}{A} \cdot \left\{ \left| \frac{\Delta m}{m} \right| + \left| \frac{\Delta A}{A} \right| \right\}$$

Obs: A e ΔA são dados:

$$\epsilon_0 \pm \Delta\epsilon_0 = \left[\frac{7}{9} \pm \frac{7}{9} \left\{ \left| \frac{1}{7} \right| + \left| \frac{0,01}{9,00} \right| \right\} \right] \times \frac{10^{-15} \text{ Farad} \cdot \text{m}}{10^{-4} \text{ m}^2}$$

$$\epsilon_0 \pm \Delta\epsilon_0 = (0,777 \pm 0,1119) \times 10^{-11} \text{ Farad} / \text{m}$$

Adequando a incerteza:

$$\epsilon_0 \pm \Delta\epsilon_0 = (8 \pm 1) \times 10^{-12} \text{ Farad} / \text{m}$$

